

令和6年度入学者選抜学力検査本試験問題

# 数 学

(配点) 

1	40点	2	20点	3	20点	4	20点
---	-----	---	-----	---	-----	---	-----

## (注意事項)

- 1 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題冊子は1ページから12ページまでである。検査開始の合図のあとで確かめること。
- 3 検査中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、静かに手を高く挙げて監督者に知らせること。
- 4 解答用紙に氏名と受験番号を記入し、受験番号と一致したマーク部分を塗りつぶすこと。
- 5 解答には、必ずHBの黒鉛筆を使用すること。なお、解答用紙に必要事項が正しく記入されていない場合、または解答用紙に記載してある「マーク部分塗りつぶしの見本」のとおりにマーク部分が塗りつぶされていない場合は、解答が無効になることがある。
- 6 一つの解答欄に対して複数のマーク部分を塗りつぶしている場合、または指定された解答欄以外のマーク部分を塗りつぶしている場合は、有効な解答にはならない。
- 7 解答を訂正するときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。
- 8 定規、コンパス、ものさし、分度器及び計算機は用いないこと。
- 9 問題の文中の **アイ**、**ウ** などには、特に指示がないかぎり、負の符号(－)または数字(0～9)が入り、ア、イ、ウの一つ一つは、これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙のア、イ、ウで示された解答欄に、マーク部分を塗りつぶして解答すること。

例 **アイウ** に  
－83 と解答するとき

	ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(1)	イ	○	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
	ウ	○	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

- 10 解答は解答欄の形で解答すること。例えば、解答が $\frac{2}{5}$ のとき、解答欄が **エ**、**オ** ならば0.4として解答すること。
- 11 分数の形の解答は、それ以上約分できない形で解答すること。例えば、 $\frac{2}{3}$ を $\frac{4}{6}$ と解答しても正解にはならない。また、解答に負の符号がつく場合は、負の符号は、分子につけ、分母にはつけないこと。例えば、

カキ
ク

に $-\frac{3}{4}$ と解答したいときは、 $\frac{-3}{4}$ として解答すること。
- 12 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。例えば、 $4\sqrt{2}$ を $2\sqrt{8}$ と解答しても正解にはならない。

1 次の各問いに答えなさい。

(1)  $-2^2 - \frac{5}{3} \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + (-3)^2$  を計算すると  $\boxed{\text{ア}}$  となる。

(2) 2次方程式  $x^2 - 4x + 1 = 0$  を解くと  $x = \boxed{\text{イ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$  となる。

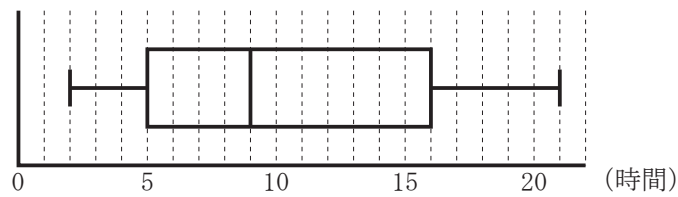
(3)  $y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 4$  のとき  $y = 3$  である。この関数において  $x$  の変域を  $3 \leq x \leq 6$  とするとき、 $y$  の変域は  $\boxed{\text{エ}} \leq y \leq \boxed{\text{オ}}$  となる。

(4) 2つの関数  $y = ax^2$ 、 $y = 2x + 3$  について、 $x$  の値が2から6まで増加するときの変化の割合が等しいとき、 $a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。

(5) 2個のさいころを同時に投げるとき、出る目の数の和が3の倍数になる確率は  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である。ただし、2個のさいころはそれぞれ1から6までの目が出るとし、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

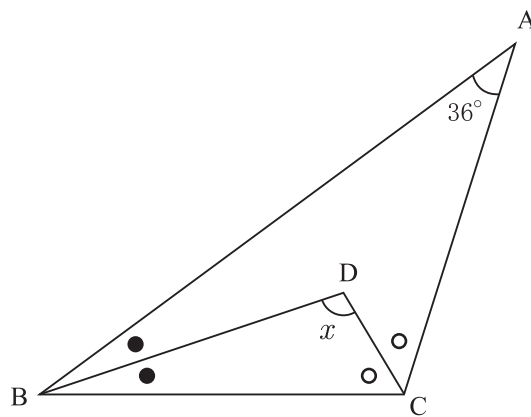
[ 計 算 用 紙 ]

- (6) 下の図は、あるクラスの1ヶ月の読書時間の記録を箱ひげ図にしたものである。単位は時間である。

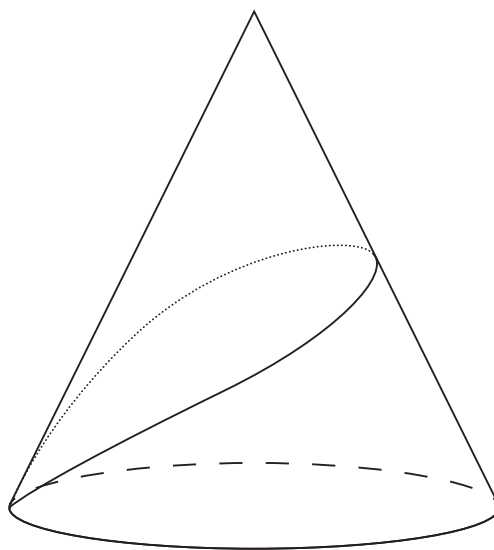


このとき、四分位範囲は  (時間) である。

- (7) 下の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 36^\circ$ であり、点Dは $\angle B$ と $\angle C$ の二等分線の交点である。このとき、 $\angle x =$    $^\circ$ である。

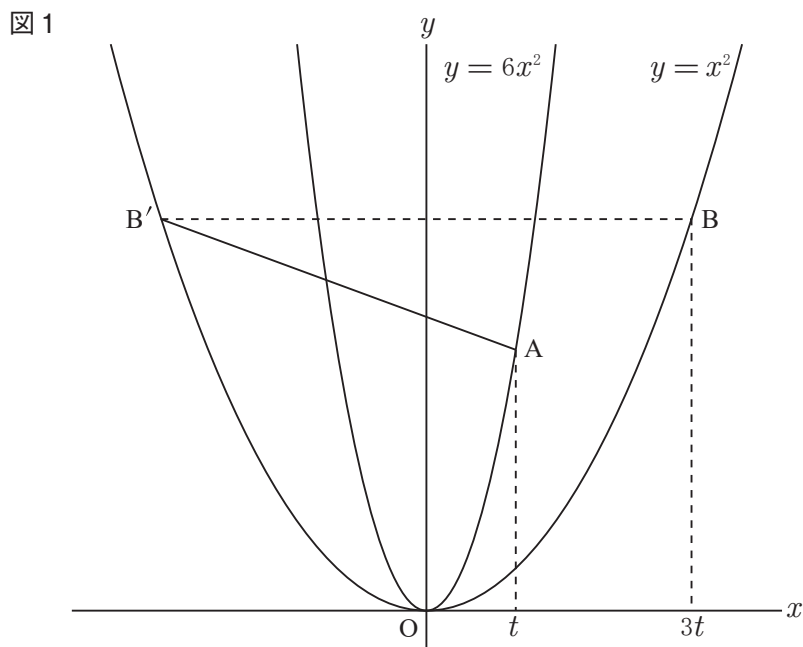


- (8) 下の図のように、底面の半径が2 cm、高さ $4\sqrt{2}$  cmの円錐があり、底面の円周上の1点から側面にそって1周するように糸をかける。この糸が最も短くなるときの糸の長さは   $\sqrt{\text{タ}}$  cm である。



[ 計 算 用 紙 ]

- 2  $t$  は正の定数とする。図 1 のように、関数  $y = 6x^2$  のグラフ上に点  $A(t, 6t^2)$  をとり、関数  $y = x^2$  のグラフ上に点  $B(3t, 9t^2)$  をとる。また、 $y$  軸に関して点  $B$  と対称な点を  $B'$  とする。



このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1)  $t = 2$  のとき、直線  $AB'$  の傾きは  $\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$  である。

- (2) 直線  $AB'$  の方程式を  $t$  を用いて表すと

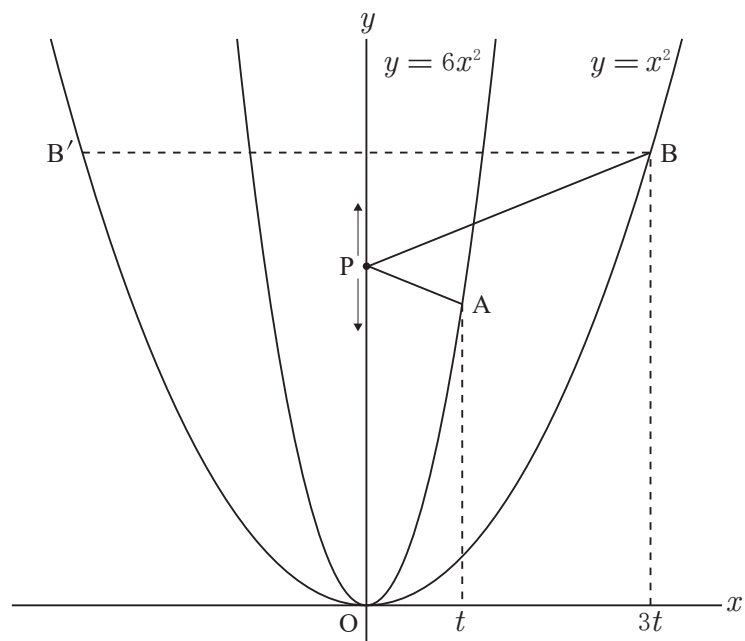
$$y = \frac{\text{エオ}}{\text{カ}} tx + \frac{\text{キク}}{\text{ケ}} t^2$$

である。

(3) 図2のように、 $y$  軸上を動く点  $P$  を考える。線分  $AP$  と線分  $BP$  の長さの和が最小となる

点  $P$  の座標が  $(0, 3)$  であるとき、 $t = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

図2



- 3 図1のように、円Oの円周上に3点A, B, Cがある。△ABCにおいて $AB = \sqrt{13}$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 5$ である。図2は、図1において点Aから辺BCに垂線を引き、BCとの交点をDとしたものである。また、点Aを通る直径AEを引き、2点C, Eを線分で結ぶ。

図1

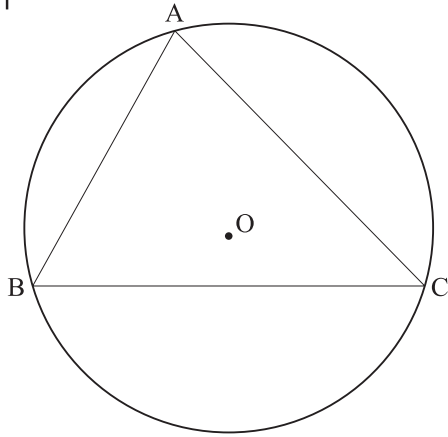
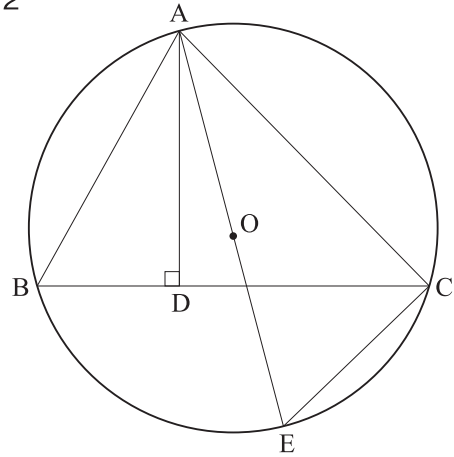


図2



このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1)  $AD =$   である。
- (2) △AEC ≡ △ABD であることを次のように証明した。 から  に当てはまるものを、下記の㉔から㉑の中から選びなさい。ただし、細字の空欄 ,  には、それぞれ前にある太字の空欄 ,  と同じものが当てはまる。

【証明】 △AEC と △ABD において

1つの弧に対する  は等しいので、弧ACにおいて

$$\angle AEC = \text{ウ} \cdots \text{①}$$

仮定より  $\angle ADB = 90^\circ$  である。また、1つの弧に対する  の大きさは  の大きさの  $\frac{1}{2}$  倍なので、弧AEにおいて  =  $90^\circ$  である。よって、

$$\text{オ} = \angle ADB \cdots \text{②}$$

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので、△AEC ≡ △ABD である。【証明終わり】

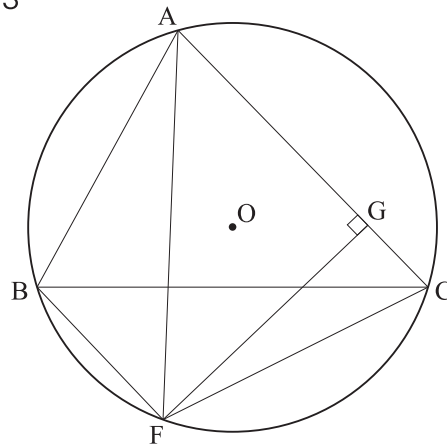
- |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ㉔ 対頂角          | ㉑ 円周角          | ㉑ 同位角          | ㉑ 中心角          |
| ㉑ 錯角           | ㉑ $\angle DAB$ | ㉑ $\angle ABD$ | ㉑ $\angle CAD$ |
| ㉑ $\angle ACE$ | ㉑ $\angle DCA$ | ㉑ $\angle BAC$ |                |



(3) 円 O の半径は  $\frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である。

(4) 図 3 のように、図 1 において点 B を通り直線 AC に平行な直線を引き、円 O との交点を F とする。また、点 F から辺 AC に垂線を引き、AC との交点を G とする。

図 3



このとき、 $\triangle AFC$  の面積は  $\boxed{\text{コ}}$  であり、 $AG = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

4 次の会話文における空欄 **アイ** ~ **ス** にあてはまる数を求めなさい。ただし、**アイ** のように細字で示された空欄には、前に太字で **アイ** のように示された空欄と同一の数が入る。

(1) はじめさんとふみこさんが会話をしている。

はじめ： $1 \times 2 = 2$ ， $2 \times 3 = 6$ ， $3 \times 4 = 12$  のように、連続する 2 個の自然数の積は必ず偶数だね。

ふみこ：連続する 2 個の自然数の積は、文字を使って  $n \times (n + 1)$  と書けるね。 $n$  にはいろいろな自然数の可能性があるけど、 $n$  か  $n + 1$  のどちらかは必ず偶数なんだね。

はじめ：だから積  $n(n + 1)$  は偶数になるんだ！

ふみこ： $\frac{n(n + 1)}{2}$  はどんな自然数になるのかな？

はじめ：実際に調べてみると、下の表 1 のようになったよ。

表 1

$n$	$\frac{n(n+1)}{2}$
1	1
2	3
3	6
4	10
5	<b>アイ</b>
⋮	⋮

ふみこ：例えば  $n = 5$  のときは  $\frac{n(n + 1)}{2} =$  **アイ** だね。

(2) ふみこさんとみつおさんが会話をしている。

ふみこ：連続する3個の自然数  $n$ ,  $n + 1$ ,  $n + 2$  があつたら、どれか1つは3の倍数だね。  
だから積  $n(n + 1)(n + 2)$  は必ず3の倍数なんだね。

みつお： $\frac{n(n + 1)(n + 2)}{3}$  はどんな自然数になるのかな？ 実際に調べてみると、下の表2  
のようになったよ。

表2

$n$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	2
2	8
3	20
4	40
5	ウエ
⋮	⋮

ふみこ：例えば  $n = 5$  のときは  $\frac{n(n + 1)(n + 2)}{3} = \boxed{\text{ウエ}}$  だね。

- (3)  $\frac{n(n+1)}{2}$  や  $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$  の規則性に興味をもったふみこさんは、お姉さんのけいこさんに聞いてみることにした。けいこさんは高専生で、数学が得意である。

けいこ：はじめさんとみつおさんの表から下の表3を作ってみたらどうかな。

表3

$n$	$\frac{n(n+1)}{2}$	$n(n+1)$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
1	1	2	2
2	3	6	8
3	6	12	20
4	10	20	40
5	アイ	オカ	ウエ
⋮	⋮	⋮	⋮

(1列目)      (2列目)      (3列目)      (4列目)

$n(n+1)$  も考えるのがポイントだよ。  $n=5$  のときは  $n(n+1) =$  **オカ** だね。

表3の中には  $\begin{array}{|c|c|} \hline * & b \\ \hline a & a+b \\ \hline \end{array}$  というパターンがたくさん出てくるね。

ふみこ：1列目と2列目を見てみると…  $\begin{array}{|c|c|} \hline * & 1 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array}$  や  $\begin{array}{|c|c|} \hline * & 3 \\ \hline 3 & 6 \\ \hline \end{array}$  や  $\begin{array}{|c|c|} \hline * & 6 \\ \hline 4 & 10 \\ \hline \end{array}$  というパターンがあるね。

あつ、**アイ** というのは **キ** + 10 と同じだね！

もしかして、**アイ** のすぐ下の欄は **ク** + **アイ** かな？

けいこ：そうだね。例えば **アイ** について、ふみこさんが気づいた等式

$$\text{アイ} = \text{キ} + 10, \quad 10 = 4 + 6, \quad 6 = 3 + 3, \quad 3 = 2 + 1$$

を組み合わせると、どんなことがわかるかな？

**アイ** というのは1から **ケ** までの自然数の合計になるんだよ。

例えば、表にはないけど1から7までの自然数の合計なら…

ふみこ：つまり  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$  でしょ？ このまま足し算すれば28とわかるね。

けいこ：その28とは、 $\frac{n(n+1)}{2}$  において  $n =$  **コ** を代入した値でしょ？

ふみこ：なるほど！文字式  $\frac{n(n+1)}{2}$  を使うといちいち足し算しなくとも合計が求められるね！

けいこ：表の3列目と4列目を見ると、連続する2個の自然数の積の合計がわかるね。

ふみこ：例えば  $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4$  なら 20 だね……。あっ、これは  $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

において  $n = 3$  を代入した値だね！

けいこ：表には書いていないけど

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 7 + 7 \times 8$$

という連続する2個の自然数の積の合計は、 $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$  において

$n =$   を代入した値だよ。

ふみこ：連続する2個の自然数の積の合計を求めるときに、連続する3個の自然数の積を3で割った値が使えるなんて、おもしろいね。

けいこ：連続する  $k$  個の自然数の積の合計を求めるときにも、連続する  $k+1$  個の自然数の積を  $k+1$  で割った値が使えるよ。

まあ、一般的な  $k$  個の話なんてまだ難しいかもしれないけどね。

ふみこ：う～ん…チンプンカンプンだけど、いつか理解できるようになってみたいな。

けいこ：実は表の4列目と2列目の差についても規則性があるよ。

ふみこさん、差

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2}$$

を計算して

$$\frac{n(n+1)X}{6}$$

という形に整理してみて。  $X$  はどんな式になるかな？

ふみこ：え～っ！？ 難しい…

けいこ：正解は  $X =$    $n +$   だよ。

この数式や4列目と2列目の差の規則性には、高専に入ったら再会するよ。

勉強がんばってね！

(このページ以降は余白です。)



